$n = 5$ için

$$\left.\begin{aligned} X_1(w) &= x_1 = 5 \\ X_2(w) &= x_2 = 3 \\ X_3(w) &= x_3 = 2 \\ X_4(w) &= x_4 = 1 \\ X_5(w) &= x_5 = 4 \end{aligned}\right\}$$ gözlenmiş.

$$\overline{X}_n(w) = \overline{x}_n = \frac{\sum x_i}{n} = 3$$

$$S_n^2(w) = s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \overline{x}_n)^2 = \frac{1}{4} \cdot \left[(5-3)^2 + \dots + (4-3)^2\right] = 2,5$$

Birer tahmindir

$$X_1(w) = x_{(1)} = \min_{1 \le i \le 5} \{x_i\} = 1$$

$$X_5(w) = x_{(5)} = \max_{1 \le i \le n} \{x_i\} = 5$$

Teorem: $x_1, \dots, x_n \in R$

$$\overline{x}_n = \frac{1}{n} \sum x_i \quad , \quad s_n^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum (x_i - \overline{x}_n)^2$$

a.) $(n-1) \cdot s_n^2 = \sum x_i^2 - n \cdot \overline{x}_n^2$, b.) $\min_{a \in R} \sum (x_i - a)^2 = \sum (x_i - \overline{x}_n)^2$

Açık olarak yazıldığında

$$(n-1) \cdot s_n^2 = \sum (x_i - \overline{x}_n)^2 = \sum \left[x_i^2 - 2\overline{x}_n \cdot x_i + \overline{x}_n^2\right]$$

$$= \sum x_i^2 - 2 \cdot \overline{x}_n \cdot \sum x_i + n \cdot \overline{x}_n^2$$

$$= \sum x_i^2 - 2 \cdot \overline{x}_n \cdot \cancel{n} \cdot \frac{\sum x_i}{\cancel{n}} + n \cdot \overline{x}_n^2$$

$$= \sum x_i^2 - 2 \cdot n \cdot \overline{x}_n^2 + n \cdot \overline{x}_n^2 = \sum x_i^2 - n \cdot \overline{x}_n^2 \,//$$

elde edilir.

$f(a) = \sum (x_i - a)^2$ fonk. tanımlansın ve minimum yapan a değeri bulalım.

1. türev sıfır olduğu yerde fonk. minimum veya max. olur.

2. türev, + ise bu değer minimumdur.